

A Aplicação de Softwares Matemáticos nos Ensinos Básico e Superior

Walter Fernandes da Silva Junior

Universidade de São Paulo

24 de junho de 2015

Introdução

- Teoria Geral das Equações de Diferenças Lineares e Aplicações
- Graphmatica no Ensino Básico

Teoria Geral das Equações de Diferenças Lineares e Aplicações

Definição 1. Uma equação de ordem k diz-se linear se tiver a seguinte forma

$$y(n+k) + a_1(n)y(n+k-1) + \dots + a_k(n)y(n) = g(n)(1)$$

que também pode ser escrito como

$$y(n+k) + a_1(n)y(n+k-1) - \dots - a_k(n)y(n) = g(n)(1.1)$$

onde $a_i(n)$ e $g(n)$ são funções a valores reais definidos para $n \geq n_0$ e $a_k(n) \neq 0$

Se $g(n) = 0$, a equação (1) é chamada homogênea.

Exemplo 1. A Equação da Diferença

$$y(n+4) = \frac{n+1}{n}y(n+3) + y(n+2) - 2ny(n+1) - y(n) + n^2 - 1 \quad (1.2)$$

é linear de ordem 4 e não homogênea. Neste caso

$$a(1) = \frac{n+1}{n}, a(2) = 1,$$

$$a(3) = -2n, a(4) = -1 \text{ e } g(n) = n^2 - 1. \text{ Se } y(1) = 1, \\ y(2) = 0, y(3) = -1 \text{ e } y(4) = -2$$

para calcularmos $y(7)$ basta atribuímos em (1.2) o valor de $n = 3$. Assim,

$$\begin{aligned}y(7) &= \frac{4}{3}y(6) + y(5) - 6y(4) - y(3) + 9 - 1 \\&= \frac{4}{3}y(6) + y(5) - 6(-2) - (-1) + 8 \\&= \frac{4}{3}y(6) + y(5) + 12 + 1 + 8 \\&= \frac{4}{3}y(6) + y(5) + 21\end{aligned}$$

onde

$$y(5) = 2y(4) + y(3) - 2y(2) - y(1) + 1 - 1 = 2(-2) - 1 - 2(0) - 1 = -6$$

e

$$y(6) = \frac{3}{2}y(5) + y(4) - 4y(3) - y(2) + 4 - 1 = \frac{3}{2}(-6) - 2 - 4(-1) - 0 + 3 = -4$$

logo,

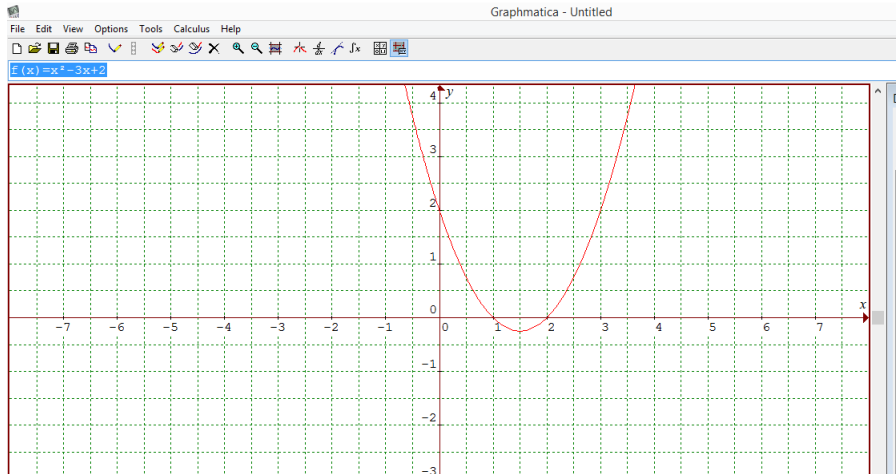
$$y(7) = \frac{4}{3}(-4) - 6 + 21 = \frac{-16}{3} + 15 = \frac{29}{3}$$

Aplicação: Juros Simples e Composto

Suponha que no início de um certo período (o n -ésimo), ou $V(n)$, de um certo tamanho (um mês, por exemplo) você tem uma quantia $C(n)$ de dinheiro. Neste período a quantia é sujeita a juros com taxa r e no final sofre uma modificação $p(n)$. Então, no início do período $(n + 1)$, a quantia em questão será

$$V(n + 1) = (1 + r)C(n) + p(n)$$

Graphmatica



Walter Fernandes da Silva Junior

A Aplicação de Softwares Matemáticos nos Ensinos Básico e Superior

Aplicação no Ensino Básico

No lançamentos de balas por meio de canhões, sabe-se que as mesmas desenvolvem uma trajetória parabólica onde a bala, depois de certo tempo, atinge uma altura máxima no ponto $(-1,5;4,25)$ e cai em solo no ponto $(0,5616;0)$.

Sabendo que a origem do lançamento está localizada no ponto $(-3,562;0)$, responda a questão abaixo:

Dados os pontos apresentados no enunciado, utilizando o Graphmatica, encontre-os no eixo cartesiano e trace a curva que os contém.

Resolução

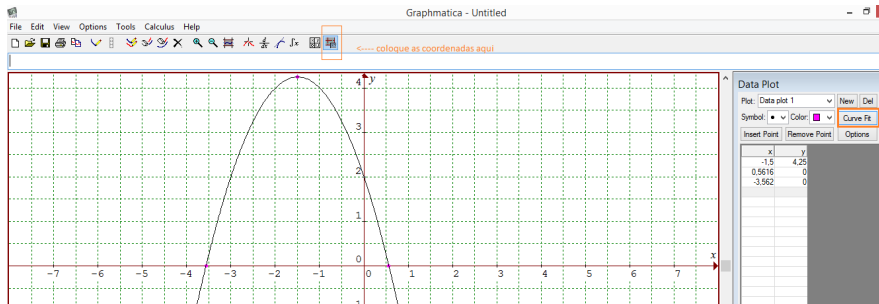


Figura: Resolução do exercício 1

Conclusão

- Aplicações:softwares e atividades rotineiras (1)
- Ensino de teorias matemáticas (2)
- $(1)+(2)=$ Bons resultados